4. a/ voir figure

b/ A et C sont deux points du cercle de centre O et de rayon 2 donc appartiennent à E

B est un point de l'axe des abscisses donc appartient à E

c/ $\frac{z_A+z_C}{2}=\frac{2e^{i\theta}+2e^{-i\theta}}{2}=2\cos(\theta)=\frac{z_O+z_B}{2}$ *donc OABC est un parallèlogramme* (1)

$OA=OC=2 \qquad (2)$

$(1)\ et\ (2)\Rightarrow OABC\ est\ un\ losange$

d/

$OABC\ est\ un\ carrée\ ssi \left|\frac{z_C-z_A}{z_B-z_O}\right|=1$

$ssi \left|\frac{-4i\sin(\theta)}{4\cos(\theta)}\right|=1 \iff \cos(\theta)=\pm\sin(\theta)$

$ssi\ \theta=\frac{\pi}{4} \quad (\theta\in\left]0;\frac{\pi}{2}\right[)$

EX 19 PAGE33

1. a/ $\left(e^{i\theta}-i\right)^2=e^{2i\theta}-2ie^{i\theta}+i^2=-1+e^{2i\theta}-2ie^{i\theta}$

b/

$z^2-2iz+2ie^{i\theta}-e^{2i\theta}=0 \quad \Delta'=-1-2ie^{i\theta}+e^{2i\theta}=\left(e^{i\theta}-i\right)^2\Rightarrow\delta=e^{i\theta}-i$

$z'=i+e^{i\theta}-i=e^{i\theta} \qquad et \quad z''=i-e^{i\theta}+i=2i-e^{i\theta} \quad S_{\mathbb{C}}=\left\{e^{i\theta};2i-e^{i\theta}\right\}$

2. a/ ζ_1 est le cercle trigonométrique (de centre O et de rayon 1)

b/ $Z_I=\frac{Z_{M_1}+Z_{M_2}}{2}=\frac{e^{i\theta}+2i-e^{i\theta}}{2}=i$

c/ ζ_2 est le cercle de centre le point A d'affixe 2i et de rayon 1 .

3. a/

$(M_1M_2)^2=\left|2i-e^{i\theta}-e^{i\theta}\right|^2=4\left|i-e^{i\theta}\right|^2=4\left|2i\sin(\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2})\right|^2=8\times2\sin^2(\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2})$

$=8\times(1-\cos(\frac{\pi}{2}-\theta))=8.(1-\sin\theta)$

b/ $M_1M_2\ est\max imale\ pour \sin(\theta)=-1; or\ \theta\in[0;2\pi[\Rightarrow\theta=\frac{3\pi}{2}$

Qarray.tn-Agra Blech- Qarray.tn